

LES INSTITUTIONS GÉOMÉTRIQUES DE LA CHAPELLE

JOAQUIM BERENGUER

CENTRE DE RECERCA PER A LA HISTÒRIA DE LA TÈCNICA, UNIVERSITAT
POLITÈCNICA DE CATALUNYA.

Paraules clau: *La Chapelle, segle XVIII, ensenyament, matemàtiques*

La Chapelle's *Institutions géométriques*

Summary: *This paper seeks to provide some tools that can facilitate the introduction of geometry among young students. Specifically, we show that the French mathematician Jean-Baptiste de La Chapelle (c. 1710-1792), in his *Institutions géométriques* (1746), defended that the teaching of mathematics should start at the age of six. We analyse La Chapelle's didactic orientations with some examples from his book and, on the basis of this analysis, we reflect on the usefulness of his pedagogical methodology for the teaching of mathematics today.*

Key words: *La Chapelle, 18th century, teaching, mathematics*

Introducció¹

Giuliano Testa en el seu article «L'enseignement des coniques à travers une approche historique: comment saisir un texte?» (2000) escriu que poques coses es coneixen de la vida de Jean-Baptiste de La Chapelle. Se sap que va néixer a Rouen als voltants de 1710 i que va morir a París el 1792. Va ser abat, matemàtic, ensenyant i va participar en les parts matemàtiques de l'*Encyclopédie*. El 1747 va ser admès a la Royal Society de Londres i, a partir de 1751, va ser censor reial. Entre altres textos, va escriure *Institutions géométriques* (1746), *Traité des sections coniques* (1750), *L'art de communiquer ses idées* (1763), *Le ventriloque, ou l'engastrimythe* (Londres i París, 1772) i *Traité de la construction théorique et pratique du scaphandre ou du bateau de l'homme* (París, 1775) (vegeu fig. 1).

1. Aquest treball s'inclou en el projecte HAR2016-75871-R del Ministeri d'Economia i Competitivitat espanyol.



FIGURA 1. *Traité de la construction théorique et pratique du scaphandre ou du bateau de l'homme, approuvé par l'Académie des Sciences.*

FONT: La Chapelle, 1775: pl. iv.

Testa, en el mateix article, posant en relleu el caràcter més pedagògic de La Chapelle, el compara amb Rousseau:

Entre els seus principis ben coneguts, Rousseau ens ofereix algunes idees estimulants sobre l'educació matemàtica precoç dels nens, totalment semblants a les de M. de La Chapelle. (Testa, 2000: 110)²

Pensem que, efectivament, l'obra de La Chapelle és un exemple de com en el segle XVIII alguns membres de la comunitat científica es preocupen per l'educació dels joves. Concretament el llibre *Institutions géométriques* (1746) de La Chapelle està dedicat a l'ensenyament de les matemàtiques i es defensa que aquest ensenyament cal iniciar-lo des de l'edat de sis anys.

Amb aquest treball que hem presentat a la XVII Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament, volem subratllar, doncs, com La Chapelle manifesta el seu interès per l'ensenyament de les matemàtiques als infants. L'anàlisi del text de La Chapelle ens ha permès descobrir quines són les orientacions didàctiques que l'autor està donant per a l'ensenyament de les matemàtiques i comparar-les amb les que actualment són vigents, alhora que ens interroguem si les reflexions de La Chapelle podrien ser útils per a l'ensenyament actual de les matemàtiques.

El contingut de les *Institutions géométriques*

Es tracta d'una obra que consta de dos volums. En el primer es pot trobar una part introductòria en què La Chapelle raona com els nens des dels sis anys poden i han d'aprendre matemàtiques, particularment geometria. A continuació hi trobem dos capítols dedicats a l'aritmètica. Aquesta primera part

2. La traducció del francès al català d'aquesta citació i de totes les que apareixen a continuació són de l'autor d'aquest article.

acaba amb un capítol dedicat a l'àlgebra, en què es tracta dels polinomis i de les operacions amb aquests, de les fraccions algebraïques, arrels quadrades i cúbiques, resolució d'equacions de primer i de segon grau i algunes de grau superior.

Tot seguit comença el primer llibre dedicat a la geometria i estructurat a partir de quatre capítols: el primer capítol és introductori sobre els principis i el mètode; el segon tracta sobre la línia recta; el tercer tracta sobre el cercle combinat amb la recta; el quart tracta sobre la combinació de tres línies rectes, el triangle i altres polígons.

El segon volum conté el llibre segon i el tercer de geometria. El segon llibre consta de dos capítols: el primer capítol dedicat als principis de la mesura de terrenys i el segon capítol dedicat a la mesura de superfícies. El tercer llibre porta per títol *Geometria de l'adolescència* i consta de quatre capítols: el primer capítol tracta de les raons i proporcions, així com també dels logaritmes i de les progressions; en el segon capítol es veu la semblança de triangles i d'altres figures en què s'aplica l'àlgebra; el tercer capítol està dedicat a la mesura dels sòlids; el quart capítol porta com a títol «De la solidesa dels cossos segons el mètode dels antics, anomenat *mètode d'exhaustió*», en el qual també es veu trigonometria.

Per poder respondre a les qüestions que ens hem plantejat en relació amb el text de La Chapelle, en aquest treball, ens hem centrat en el seu primer volum. D'aquest volum hem volgut analitzar la introducció, en la qual l'autor explica quines són les seves orientacions pedagògiques. I per poder veure com aquestes orientacions es plasmen a la pràctica, hem explicat amb més detall un problema de la part d'àlgebra i dos de la de geometria.

Discurs sobre l'estudi de les matemàtiques

La Chapelle comença el seu llibre dedicant-lo als alumnes: «Als senyors alumnes del Col·legi Louis Le Grand».³ En aquesta dedicatòria La Chapelle explica que l'objectiu del llibre és aplanar les dificultats en l'estudi de les matemàtiques entre els nens. L'autor creu que aquestes dificultats provenen molt menys de la matèria tractada que de la poca confiança que es té en la capacitat dels nens. Força gent pensa, diu l'autor, que les matemàtiques no han d'entrar en l'educació dels joves abans dels quinze anys i, en canvi, ell creu que «des de l'edat dels sis anys els nens ja tenen dos ulls per veure les línies i dues mans per dibuixar-les». Per altra part està convençut que els infants no tenen cap problema per comptar, havent vist moltes vegades com aquests mesuren diferents longituds amb cordills.

Després d'aquesta dedicatòria, la introducció, que porta per títol «Discurs sobre l'estudi de les matemàtiques»,⁴ gira al voltant de quatre idees.

a) La primera idea i que vertebra tot el pensament de La Chapelle és que la geometria es basa en la naturalesa i que no és una doctrina de fe:

[...] deixo els discursos rebuscats d'aquests metafísics primmirats, que volen absolutament que la geometria tingui els seus articles de fe com la teologia. No deixen de retreure-li que les seves su-

3. Durant bona part del segle XVII el Col·legi Louis Le Grand de París va ser un col·legi dels jesuïtes amb nombrosos alumnes. El 1763, amb l'expulsió dels jesuïtes, va passar a formar part de la Universitat de París.

4. «Discours sur l'étude des mathématiques, où l'on essaie d'établir que les enfants sont capables de s'y appliquer», La Chapelle (1746a).

perfícies, les seves línies, els seus punts no existeixen en la matèria. No veig, en canvi, res que aparegui més contínuament en l'experiència. Els geòmetres no tenen pas línies, superfícies, punts diferents dels que la matèria els ofereix; mesuren allò que veuen, allò que toquen, allò que recorren. (La Chapelle, 1746: 7)

b) Els nens des de ben petits són capaços de copsar conceptes matemàtics, particularment els geomètrics. L'autor posa com a exemple la capacitat d'un nen per calcular l'amplada d'un camí on la noció de perpendicular apareix de forma natural sense conèixer-ne el nom:

Els nens calculen l'amplada d'un camí? La perpendicular és la línia que busquen (no en saben el nom, però el nom no té res a veure amb les idees). No volen que sigui torta; tenen molta cura que aquell que és a l'altre extrem de la corda estigui ben bé de cara amb el primer; fan geometria sense saber-ho. (La Chapelle, 1746: 11)

c) Per a La Chapelle, l'important és utilitzar un bon mètode, captant l'atenció dels nens, a partir de les figures i del moviment, i, per tant, considera que cal preparar una geometria especialment per als nens. Intenta fer-los sentir la necessitat i la curiositat per saber executar certes operacions; quan estan ben preparats, els parla de la proposició o del problema que mostra la manera de resoldre un determinat tema.

Quan s'ha tractat de convèncer els nens d'una veritat, se'ls ha ofert exercicis pràctics divertits, i si s'ha pogut substituir una «veritat sensible» (és a dir, intuïtiva) per una demostració, s'ha optat per aquesta via més «lluminosa», sense obviar les demostracions rigoroses (La Chapelle, 1746: 53-54).

d) Les veritats matemàtiques són molt més útils quan són ensenyades des dels primers anys de l'educació. Entre altres raons diu que els joves adolescents de quinze anys tendeixen a buscar la utilitat dels coneixements, mentre que els nens no tenen aquesta necessitat. Aquests darrers veuen que no tenen res a perdre aprenent una ciència suposadament «inútil». En canvi, als quinze o vint anys «l'esperit» ja està format i s'arriba massa tard per canviar-lo (La Chapelle, 1746: 17-20).

De la resolució dels problemes

Després de la part dedicada a l'aritmètica i al final del capítol de l'àlgebra hi ha una part dedicada a la resolució de problemes en què es pot analitzar de quina manera La Chapelle tracta problemes d'àlgebra elementals enfocats a l'ensenyament dels alumnes més petits. L'enunciat del primer d'aquests problemes és el següent:

Un corredor sap que va quatre vegades més ràpid que un altre; pensa que arribarà abans que l'altre a un lloc allunyat 15 llegües des d'on es proposa el repte; l'altre accepta la proposició amb la condició que li doni 11 llegües d'avantatge; es demana quin dels dos guanyarà. (La Chapelle, 1746: 245)

Per a la resolució d'aquest problema, l'autor estableix d'entrada que el problema quedarà resolt si es determina la distància on el primer corredor trobarà el seu adversari. Si és més enllà de la meta, haurà perdut, però si és abans haurà guanyat.

Anomena x l'espai recorregut del que té 11 llegües d'avantatge. De manera que en el moment de ser atrapat tindrà $11 + x$. I com que se suposa que el primer corredor va quatre vegades més de pres-

sa que el seu adversari, quan es trobaran, el primer corredor haurà fet quatre vegades més de camí, és a dir $4x$. En el moment de trobar-se tindrem la igualtat $11 + x = 4x$. La Chapelle, en aquest punt, diu que la qüestió queda reduïda a una equació en què cal aïllar la incògnita x .

Aplicant les regles per resoldre equacions, que prèviament l'autor ja ha explicat, obté successivament: $11 = 3x$; $\frac{3x}{3} = \frac{11}{3}$; $x = \frac{11}{3} = 3 + \frac{2}{3}$. I conclou que el corredor que té 11 llegües d'avantatge haurà fet 3 llegües i $\frac{2}{3}$ de llegua quan serà atrapat per l'altre corredor. Si afegim a aquest espai les 11 llegües d'avantatge, això dona 14 llegües i $\frac{2}{3}$ de llegua. Així doncs, el primer corredor ha guanyat, ja que atrapa el seu adversari $\frac{1}{3}$ de llegua abans de la meta, que hem suposat a 15 llegües de distància.

La Chapelle acompanya la resolució d'aquest problema amb una reflexió sobre el mètode que cal utilitzar. Escriu que l'essencial de la resolució d'un problema consisteix a construir l'equació que l'expressa i que, un cop construïda l'equació, només cal aïllar les incògnites. Si l'aïllament és possible, el problema queda resolt; i si no és possible, l'equació també ho mostrarà, la qual cosa també és una veritable resolució, ja que només es pot resoldre un problema de dues maneres, o determinant el que es demana, o mostrant que s'ha proposat una cosa absurda.

Finalment, l'autor explica que no hi ha cap regla per trobar l'equació en un problema. Diu que trobar aquesta equació depèn de l'habilitat del que busca la resolució. En qualsevol cas, cal considerar bé les condicions, és a dir, les dades del problema, i és a partir d'aquestes dades que s'ha de fer la resolució. No es pot entrar dins una equació d'un problema ni més ni menys que allò que forma part del problema. La Chapelle acaba aquestes reflexions dient que es demostra la validesa dels valors de les incògnites comprovant que satisfan la qüestió plantejada (La Chapelle, 1746: 247-248).

Portar la geometria al terreny

Al principi del llibre de geometria del primer volum, La Chapelle fa algunes consideracions generals. Considera que, amb els nens, la pràctica ha de ser companya inseparable de la teoria. De fet, tots els exercicis recollits en el seu text tenen dues parts, una és la realització sobre paper i l'altra sobre el terreny. Després generalitza aquesta afirmació dient que, en realitat, la teoria de les ciències no seria altra cosa que una pràctica reflexionada. Al final, afirma que, amb els nens, tot i que el sublim de la teoria consisteix a avançar-se a l'experiència, guiar-la i perfeccionar-la, un cop demostrada una propietat, aquesta s'ha de confirmar amb l'experiència; per exemple, tot i haver demostrat la igualtat dels angles alterns interns, quan aquests angles apareguin, els alumnes hauran de mesurar-los amb el compàs, a fi que vegin que efectivament són iguals.

Determinar l'angle sota el qual un ull situat en un punt donat veuria un objecte proposat

Un aspecte, en l'aprenentatge dels joves estudiants, del qual l'autor vol subratllar la importància és poder utilitzar els instruments de mesura en la geometria. Així, en l'exercici vi del tercer capítol ens descriu el grafòmetre, com a instrument en operacions topogràfiques, per tal de determinar l'angle d'elevació d'un objecte (vegeu fig. 2). I, en una nota a peu de pàgina, escriu:

L'instrument davant la vista; anirem al jardí; o inclús sense sortir de l'apartament, mostrarem com es calcula l'angle sota el qual dos objectes semblen distants l'un de l'altre. (La Chapelle, 1746: 279)

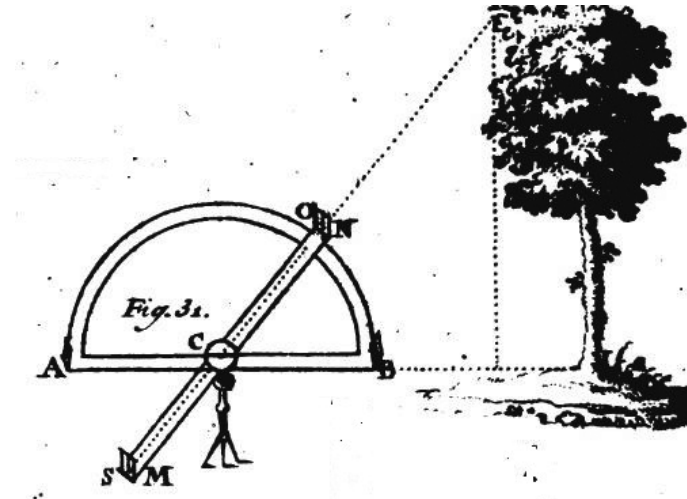


FIGURA 2. «Déterminer l'angle sous lequel un oeil placé en un point donné verrait un objet proposé.»

FONT: La Chapelle, 1746: 279, fig. 31.

Determinar la longitud d'una línia recta que és accessible solament pels seus extrems

Tant el tercer capítol com el quart del primer llibre de geometria contenen una llarga llista de diversos exercicis, a partir dels quals l'autor dedueix diferents teoremes de geometria. El darrer problema del tercer capítol ens proposa determinar la longitud d'una distància la qual només és accessible a partir dels seus extrems (vegeu fig. 3). En primer lloc ens explica com fer-ho, a continuació n'exposa la demostració i finalment dona alguna definició i/o corollari a partir del problema explicat.

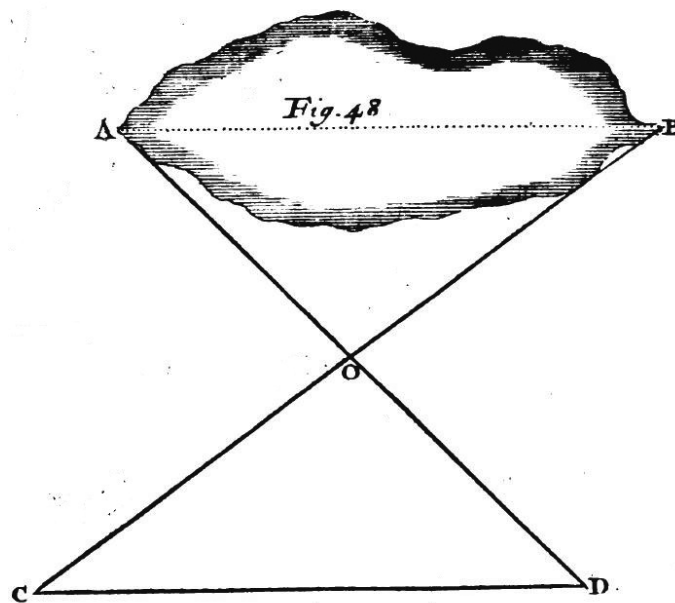


FIGURA 3. «Déterminer la longueur d'une ligne droite qui n'est accessible que par ses extrémités.»

FONT: La Chapelle, 1746: 300, fig. 48.

Escolliu un punt O des d'on pugueu anar als extrems A , B caminant sobre les línies OA , OB que mesurareu; prolongueu AO fins un punt D de manera que $OD = AO$. Feu també la prolongació $OC = BO$, i calculeu a continuació la distància entre C i D . La longitud AB serà igual a CD .

L'angle $AOB = \text{angle } COD$, que és l'oposat al vèrtex, i per construcció $AO = OD$ i $BO = OC$; l'angle COD no té res de diferent de l'angle AOB ,⁵ per tant, la distància CD és igual a la distància AB .

S'anomena *base d'un angle* el costat oposat a aquest angle: així, el costat CD és la base de l'angle COD .

Deduïm, doncs, de la demostració del problema precedent que dos angles iguals, amb els costats iguals respectivament, tenen necessàriament bases iguals. (La Chapelle, 1746: 300)

Conclusions

Podríem resumir en cinc punts algunes de les conclusions que hem extret de l'anàlisi del llibre de La Chapelle:

— La reflexió de La Chapelle és un exponent de la preocupació, en la comunitat científica del moment, per l'ensenyament de les matemàtiques entre els més joves.

— La seva defensa d'un ensenyament de les matemàtiques des de l'edat de sis anys no és usual en aquell moment i la seva opinió no està exempta de polèmica, com es pot comprovar en el mateix text de l'autor.

— Les línies bàsiques de l'enfocament didàctic de La Chapelle giren entorn de la intuïció, com a guia del descobriment, la pràctica, com a consolidació de l'adquisició d'aquest coneixement, el contacte amb la natura i la manipulació dels instruments de mesura, com a eines imprescindibles en l'aprenentatge dels alumnes. Hi ha quelcom de posició vital en el convenciment, per part de l'autor, de la capacitat dels alumnes per aprendre les matemàtiques.

— Aquestes orientacions tenen força elements en comú amb els mètodes utilitzats en l'actualitat: la necessitat que els mateixos alumnes comprovin, a partir dels exercicis, la teoria que han après. L'èmfasi amb els instruments avui dia es traduiria en la necessitat d'utilitzar els mitjans tecnològics moderns.

— Algunes de les reflexions i exercicis que apareixen en aquest text poden ser útils per a l'actual ensenyant de matemàtiques, i el text de La Chapelle podria ser útil també com a text a comentar a classe. Un exemple d'aquesta possibilitat seria la resolució del problema amb l'equació de primer grau i l'explicació retòrica de la resolució d'un problema, exposats en aquest article.

5. Aquí s'està referint, sense anomenar-los, als triangles AOB i COD .

Referències bibliogràfiques

LA CHAPELLE, J. B. (1746). *Institutions de géométrie*. Vol. 1. 3a ed. Paris: Chez Debure l'Aîné.

— (1757). *Institutions de géométrie*. Vol. 2. 3a ed. Paris: Chez Debure l'Aîné.

— (1775). *Traité de la construction théorique et pratique du scaphandre ou du bateau de l'homme, approuvé par l'Académie des Sciences*. Paris: Chez Debure.

ROUSSEAU, J. J. (1762). *Émile*. La Haia: Chez Jean Néaulme.

TESTA, G. (2000). «L'enseignement des coniques à travers une approche historique: comment saisir un texte?». *Repères-IREM*, 41, p. 105-119.